EJERCICIOS PARA TRABAJAR LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

Miembros del grupo:

____

____

____

____

A continuación tienes una lista de ejercicios que debes entregar en la fecha indicada en clase. La idea es que dispongas de un montón de ejercicios resueltos de las pruebas de acceso a la Universidad. Algunos de estos ejercicios se realizarán en clase realizando sesiones de trabajo cooperativo.

A final de curso se deberán entregar todas las relaciones completas y el alumno realizará una prueba de estas relaciones.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ m-1 & 0 & 2 \\ 0 & 1-m & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[1'75 puntos]** Halla el valor, o valores, de m para los que la matriz A tiene rango 2.

b) **[0'75 puntos]** Para $m = 1$, determina A^{2015}.

Ejercicio 3.- Sea M una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es $\det(M) = 2$. Calcula:

a) **[0'5 puntos]** El rango de M^3.

b) **[0'75 puntos]** El determinante de $2M^t$ (M^t es la matriz traspuesta de M).

c) **[0'75 puntos]** El determinante de $(M^{-1})^2$.

d) **[0'5 puntos]** El determinante de N, donde N es la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de M.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Halla la matriz X que verifica la igualdad $AXA^{-1} + B = CA^{-1}$ sabiendo que

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \ \text{y} \ BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3.- Sea A una matriz 3×3 tal que $\det(2A) = 8$.

a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale $\det(A)$?

b) [0,75 puntos] Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $\det(B)$?

c) [1,25 puntos] Determina los valores de x para los que la siguiente matriz A verifica que $\det(2A) = 8$,

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Una empresa cinematográfica dispone de tres salas, A, B y C. Los precios de entrada a estas salas son de 3, 4 y 5 euros, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 720 euros y el número total de espectadores fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubieran asistido a la sala B y los de la sala B a la sala A, se hubiese obtenido una recaudación de 20 euros más. Calcula el número de espectadores que acudió a cada una de las salas.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} 5x + 2y - z & = & 0 \\ x + y + (m+4)z & = & my \\ 2x - 3y + z & = & 0 \end{array}\right\}.$$

(a) **[1 punto]** Determina los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución.

(b) **[1'5 puntos]** Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que $z = 19$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Clasifica y resuelve el siguiente sistema según los valores de a,

$$\left.\begin{array}{ll} x+y+z & =0 \\ (a+1)y+2z & =y \\ x-2y+(2-a)z & =2z \end{array}\right\}.$$

Ejercicio 3.- Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rl} -\lambda\, x + y + (\lambda + 1)\, z & = \lambda + 2 \\ x \,+\, y \,+\, z & = 0 \\ (1 - \lambda)\, x - \lambda\, y & = 0 \end{array}\right\}$$

tiene más de una solución.

(a) [1'5 puntos] Calcula, en dicho caso, el valor de la constante λ.

(b) [1 punto] Halla todas las soluciones del sistema.

Ejercicio 3.- Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = A - kI$, donde k es una constante e I es la matriz identidad de orden 2.

(a) [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que B no tiene inversa.

(b) [0'5 puntos] Calcula B^{-1} para $k = -1$.

(c) [1'25 puntos] Determina las constantes α y β para las que se cumple $A^2 + \alpha A = \beta I$.

Ejercicio 3.- Sea el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & & & = & m+1 \\ x & + & my & + & z & = & 1 \\ mx & + & y & - & z & = & m \end{array}\right\}$$

(a) [**1'5 puntos**] Determina los valores de m para los que el sistema es compatible.

(b) [**1 punto**] Resuelve el sistema en el caso $m = -1$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcl} \lambda x + y - z & = & 1 \\ x + \lambda y + z & = & \lambda \\ x + y + \lambda z & = & \lambda^2 \end{array}\right\}$$

(a) [**1'5 puntos**] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

(b) [**1 punto**] Resuélvelo para $\lambda = 2$.

Ejercicio 3.- Sabemos que el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{rl} 2x - y + 3z & = 1 \\ x + 2y - z & = 2 \end{array}\right\}$$

tiene las mismas soluciones que el que resulta al añadirle la ecuación $ax + y + 7z = 7$

(a) [**1'25 puntos**] Determina el valor de a.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

Ejercicio 3. **[2'5 puntos]** Resuelve $A\,B^t\,X = -2C$, siendo B^t la matriz traspuesta de B y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3.- Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes con un importe de 3000 euros.

(a) **[1'25 puntos]** ¿Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50?

(b) **[1'25 puntos]** Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuantos billetes hay de cada tipo.

Ejercicio 3.- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \alpha & 1 & 3 \\ 0 & 2 & \alpha \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(a) **[0'5 puntos]** Determina los valores de α para los que A tiene inversa.

(b) **[1'25 puntos]** Calcula la inversa de A para $\alpha = 1$.

(c) **[0'75 puntos]** Resuelve, para $\alpha = 1$, el sistema de ecuaciones $AX = B$.

Ejercicio 3.-

(a) **[1'75 puntos]** Discute, según los valores del parámetro λ, el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} -x & + & \lambda y & + & z & = & \lambda \\ \lambda x & + & 2y & + & (\lambda+2)z & = & 4 \\ x & + & 3y & + & 2z & = & 6-\lambda \end{array}\right\}$$

(b) **[0'75 puntos]** Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$

(a) [**1 punto**] ¿Para qué valores del parámetro k no existe la inversa de la matriz A? Justifica la respuesta.

(b) [**1'5 puntos**] Para $k = 0$, resuelve la ecuación matricial $(X + I) \cdot A = A^t$, donde I denota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} kx & + & 2y & = & 2 \\ 2x & + & ky & = & k \\ x & - & y & = & -1 \end{array}\right.$$

(a) [**0'5 puntos**] Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k.

(b) [**1 punto**] Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.

(c) [**1 punto**] Halla las soluciones en cada caso.

Ejercicio 3.- Se sabe que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ es -3. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

a) **[1 punto]** $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

b) **[1'5 puntos]** $\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 7a_{11} & 7a_{12} & 7a_{13} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21}+2a_{31} & 5a_{31} \\ a_{12} & a_{22}+2a_{32} & 5a_{32} \\ a_{13} & a_{23}+2a_{33} & 5a_{33} \end{vmatrix}$.

Ejercicio 3.- Sabiendo que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ es 2, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:

a) **[0'5 puntos]** det(3A)

b) **[0'5 puntos]** det(A^{-1})

c) **[0'75 puntos]** $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

d) **[0'75 puntos]** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x+2 & y+4 & z+6 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$