C.E.S.Trinidad

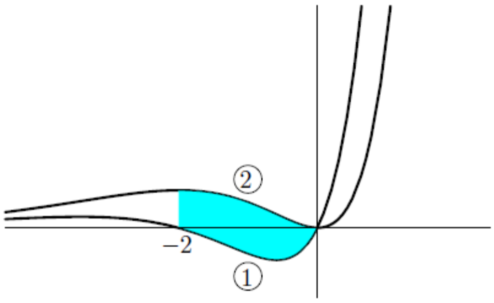
Relación de Análisis

Matemáticas II

Ejercicio 2. Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2e^x$ y a su función derivada f'.

(a) **[1 punto]** Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f'.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 1. **[2'5 puntos]** Se sabe que

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \alpha \operatorname{sen} x}{x^2}$$

es finito. Determina el valor de α y calcula el límite.

Ejercicio 2. Calcula

(a) **[1'5 puntos]** $\displaystyle\int \frac{5x^2 - x - 160}{x^2 - 25}\, dx$.

(b) **[1 punto]** $\displaystyle\int (2x-3) \cdot \operatorname{tg}(x^2 - 3x)\, dx$, siendo tg la función tangente.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \operatorname{sen} x$ y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisas $x = 0$ y $x = \pi$.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} 1 + \alpha x & \text{si} \quad x < 0 \\ e^{-x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$

(a) [**1 punto**] Determina el valor de α sabiendo que f es derivable.

(b) [**0'5 puntos**] Haz un esbozo de la gráfica de f.

(c) [**1 punto**] Calcula $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\, dx$.

Ejercicio 1.- [2'5 puntos]
Se quiere construir un depósito en forma de prisma de base cuadrada sin tapadera que tenga una capacidad de 500 m^3. ¿Qué dimensiones ha de tener el depósito para que su superficie sea mínima?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Determina la función $f\colon (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = \dfrac{1}{x}$ y su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1,1)$.

Ejercicio 1.- Sea $f\colon \left[\frac{1}{\mathrm{e}}, 4\right] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - \ln(x) + a & \text{si } \frac{1}{\mathrm{e}} \leq x \leq 2 \\ \\ bx + 1 - \ln(2) & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula los valores de a y b para que f sea derivable en el intervalo $\left(\frac{1}{\mathrm{e}}, 4\right)$.

(b) **[1'25 puntos]** Para $a = 0$ y $b = \dfrac{1}{2}$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 1.- Sean $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 + ax + b \qquad \text{y} \qquad g(x) = c\,e^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1, 2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.

(a) [**2 puntos**] Calcula los valores de a, b y c.

(b) [**0'5 puntos**] Halla la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 2.- Sea $f\colon (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x+1)$, donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [**0'75 puntos**] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje OY y la recta $y = 1$. Calcula los puntos de corte de las gráficas.

(b) [**1'75 puntos**] Halla el área del recinto anterior.

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$. Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -5$ y en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2.- Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x + 3$ y $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$.

(a) [**1 punto**] Esboza las gráficas de f y g, y halla su punto de corte.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula el valor de $b > 0$, sabiendo que el área de la región comprendida entre la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = bx$ es de $\frac{4}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y = -x^2 + 3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon [1,\ e] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 8\ln(x)$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) **[0'75 puntos]** Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(b) **[1 punto]** Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(c) **[0'75 puntos]** Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

Ejercicio 2.- Sea f una función continua en el intervalo $[2,3]$ y F una función primitiva de f tal que $F(2) = 1$ y $F(3) = 2$. Calcula:

(a) [0'75 puntos] $\displaystyle\int_2^3 f(x)\, dx$

(b) [0'75 puntos] $\displaystyle\int_2^3 (5f(x) - 7)\, dx$

(c) [1 punto] $\displaystyle\int_2^3 (F(x))^2 f(x)\, dx$

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_2^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}}\,dx$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t=\sqrt{e^x}$.

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.- Considera el recinto limitado por las siguientes curvas

$$y = x^2, \quad y = 2 - x^2, \quad y = 4.$$

a) **[1 punto]** Haz un esbozo del recinto y calcula los puntos de corte de las curvas.

b) **[1'5 puntos]** Calcula el área del recinto.

Ejercicio 1.- Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

a) **[0'75 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) **[1'25 puntos]** Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) **[0'5 puntos]** Esboza la gráfica de f.